Correction du TP2

Exercice 1

```
> restart;
> seq(k^2,k=1..30);
```

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900

Les nombres pairs sont de la forme 2*i. Attention : si on souhaite ceux qui sont compris entre 1 et 50, l'entier i doit varier de 1 à 25.

```
> seq(2*i,i=1..25);
```

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50

Pour utiliser la fonction *seq*, il faut d'abord "deviner la formule" qui se cache derrière la séquence 1, 1/8, 1/27, 1/64, 1/125.

```
> seq(1/k^3,k=1..5);
```

$$1, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \frac{1}{125}$$

Pour la séquence des exp(a*Pi/b), a variant de 1 à 15 et b de 1 à 10, la première idée est de faire :

```
> seq(exp(a*Pi/b),a=1..15,b=1..10);
Error, wrong number (or type) of parameters in function seq
```

L'erreur vient du fait que *seq* utilise une fonction à 1 paramètre ; ici, notre problème est à 2 paramètres. On peut s'en sortir à l'aide de *seq* en faisant d'abord varier a puis b.

```
> seq(exp(a*Pi/b),a=1..15);
```

$$e^{\left(\frac{\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{2\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{4\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{6\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{8\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{9\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{10\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{11\pi}{b}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{12\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{13\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{14\pi}{b}\right)}, e^{\left(\frac{15\pi}{b}\right)}$$

```
> S:=seq(seq(exp(a*Pi/b),a=1..15),b=1..10);
```

$$S := e^{\pi}, e^{(2\pi)}, e^{(3\pi)}, e^{(4\pi)}, e^{(5\pi)}, e^{(6\pi)}, e^{(7\pi)}, e^{(8\pi)}, e^{(9\pi)}, e^{(10\pi)}, e^{(11\pi)}, e^{(12\pi)},$$
$$e^{(13\pi)}, e^{(14\pi)}, e^{(15\pi)}, e^{\left(\frac{\pi}{2}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{3\pi}{2}\right)}, e^{(2\pi)}, e^{\left(\frac{5\pi}{2}\right)}, e^{(3\pi)}, e^{\left(\frac{7\pi}{2}\right)}, e^{(4\pi)}, e^{\left(\frac{9\pi}{2}\right)},$$
$$e^{(5\pi)}, e^{\left(\frac{11\pi}{2}\right)}, e^{(6\pi)}, e^{\left(\frac{13\pi}{2}\right)}, e^{(7\pi)}, e^{\left(\frac{15\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{2\pi}{3}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{4\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{3}\right)}, e^{(2\pi)},$$
$$e^{\left(\frac{7\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{8\pi}{3}\right)}, e^{(3\pi)}, e^{\left(\frac{10\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{11\pi}{3}\right)}, e^{(4\pi)}, e^{\left(\frac{13\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{14\pi}{3}\right)}, e^{(5\pi)}, e^{\left(\frac{\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{2}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{3\pi}{4}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{5\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{4}\right)}, e^{(2\pi)}, e^{\left(\frac{9\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{11\pi}{4}\right)}, e^{(3\pi)}, e^{\left(\frac{13\pi}{4}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{7\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{15\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{2\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{4\pi}{5}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{6\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{8\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{9\pi}{5}\right)}, e^{(2\pi)},$$
$$e^{\left(\frac{11\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{12\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{13\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{14\pi}{5}\right)}, e^{(3\pi)}, e^{\left(\frac{\pi}{6}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{2\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{6}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{7\pi}{6}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{4\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{11\pi}{6}\right)}, e^{(2\pi)}, e^{\left(\frac{13\pi}{6}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{2\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{7}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{4\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{6\pi}{7}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{8\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{9\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{10\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{11\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{12\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{13\pi}{7}\right)}, e^{(2\pi)},$$
$$e^{\left(\frac{15\pi}{7}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{8}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{8}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{8}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{8}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{9\pi}{8}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{11\pi}{8}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{3\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{13\pi}{8}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{4}\right)}, e^{\left(\frac{15\pi}{8}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{2\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{4\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{2\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{9}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{8\pi}{9}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{10\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{11\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{4\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{13\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{14\pi}{9}\right)}, e^{\left(\frac{5\pi}{3}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{10}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{10}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{2\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{\pi}{2}\right)}, e^{\left(\frac{3\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{10}\right)}, e^{\left(\frac{4\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{9\pi}{10}\right)}, e^{\pi}, e^{\left(\frac{11\pi}{10}\right)}, e^{\left(\frac{6\pi}{5}\right)}, e^{\left(\frac{13\pi}{10}\right)}, e^{\left(\frac{7\pi}{5}\right)},$$
$$e^{\left(\frac{3\pi}{2}\right)}$$

Remarque : on peut vérifier qu'il y en le bon nombre (150). Pour cela, on utilise la fonction *nops.* Comme elle ne s'applique qu'aux ensembles ou aux listes, il faut convertir S en ensemble ou en liste. En fait, il ne faut pas convertir S en ensemble auquel cas on perdrait les éléments redondants (par ex. exp(Pi)) et l'ensemble contiendrait moins d'éléments que la séquence. On convertir donc S en liste :

```
> L:=[S]:
> nops(L);
```

150

Exercice 2

```
> restart;
> S:=solve(x^20-1,x);
```

$$S := -I, I, -1, 1, -\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}, -\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}},$$
$$-\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}, -\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}},$$
$$\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}, \sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}},$$
$$\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}, \sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}},$$

$$-\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, -\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)},$$

$$-\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, -\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)},$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, \left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)},$$

$$\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, \left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}$$

Une autre syntaxe possible pour la fonction *solve* est :

```
> solve(x^20-1=0,x):
> whattype(S);
```

$$exprseq$$

Maple retourne les solutions sous forme de *séquence* .
Pour compter les racines, on procède comme dans la remarque de l'exercice 1.

```
> nops([S]);
```

$$20$$

Il y a 20 racines.
Pour vérifier que ce sont des racines, il suffit d'appliquer la fonction :

```
> f:=x->x^20-1;
```

$$f := x \to x^{20} - 1$$

à chacune des solutions, à l'aide de *map*. Attention, la fonction *map* ne s'utilise pas avec des séquences. Cependant, on peut convertir la séquence en liste :

```
> map(f,[S]);
```

$$\left[0, 0, 0, 0, \left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1,\right.$$

$$\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1,$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1,$$

$$\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1,$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1,$$

$$\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1,$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1,$$

$$\left.\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^5-1, \left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^5-1\right]$$

Visiblement, Maple n'a pas simplifié le résultat, alors on lui demande de le faire :

```
> simplify(%);
```

$$[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

Donc les solutions sont bien des racines.
S[i] désigne la i-ème racine. Pour vérifier que la somme est nulle, on utilise la fonction *add* pour additionner les S[i], pour i variant de 1 à 20 (le nombre de racines).

```
> add(S[i],i=1..20);
```

$$0$$

Exercice 3

```
> restart;
```

D'après l'aide, *ithprime(k)* donne le k-ème nombre premier. Pour obtenir la liste des 100 premiers nombres premiers, on demande :

```
> L1:=[seq(ithprime(k),k=1..100)];
```

L1 := [2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541]

(les crochets sont là pour obtenir une liste)
On peut vérifier qu'il y en a bien 100.

```
> nops(L1);
```

$$100$$

Pour obtenir la liste des nombres premiers entre 1 et 100, on peut partir de la construction précédente et enlever ceux qui sont "en trop" : par exemple, travailler avec des ensembles et faire l'intersection avec l'ensemble des entiers entre 1 et 100.

```
> S1:={seq(ithprime(k),k=1..100)};
```

S1 := {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541 }

```
> S1 intersect {seq(i,i=1..100)};
```

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 }

L'objet obtenu est un ensemble. On nous demande une liste. Il faut donc extraire la séquence des éléments de l'ensemble avec *op* et la convertir en liste à l'aide de crochets.

```
> op(S1 intersect {seq(i,i=1..100)});
```

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97$$

```
> [op(S1 intersect {seq(i,i=1..100)})];
```

$$[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97]$$

La commande en une ligne est donc :

```
> L2:=[op({seq(ithprime(k),k=1..100)} intersect
  {seq(i,i=1..100)})];
```

$$L2 := [2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97]$$

Ouf !

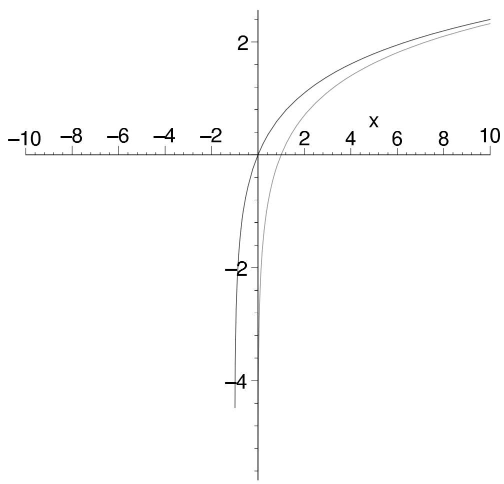
Exercice 4

```
> restart;
> f:=x->log(x+1); g:=x->1.01*log(x);
```

$$f := x \to \log(x+1)$$

$$g := x \to 1.01 \log(x)$$

```
> plot([f(x),g(x)],x=-10..10);
```



Cherchons les points d'intersection avec la fonction solve.

```
> solve(f(x)=g(x),x);
Warning, computation interrupted
```

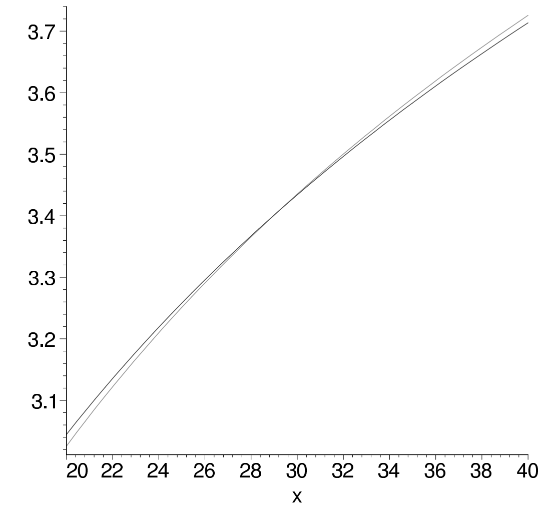
Le calcul ne s'arrete pas. Nous sommes obligés de l'interrompre à la main. *Maple ne sait pas résoudre de façon exacte cette équation*.
L'aide indique que *fsolve* résout les équations de façon numérique (*approchée*) : les solutions sont alors des nombres réels flottants, qui sont des *approximations* des solutions exactes.

```
> fsolve(f(x)=g(x),x);
```

$$29.15368826$$

Il y a un point d'intersection, d'abscisse approchée 29.15368826. On décide de centrer l'intervalle des abscisses autour de 30.

```
> plot([f(x),g(x)],x=20..40);
```



Exercice 5

```
> restart;
```

Commencons par définir une fonction f des deux variables n et x.

```
> f:=(n,x)->x^(n^2/10);
```

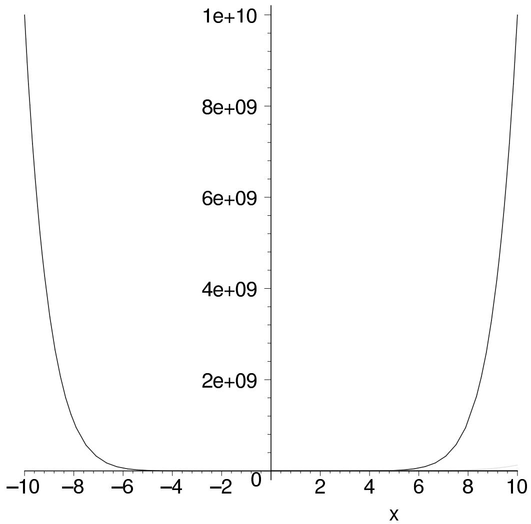
$$f := (n, x) \to x^{(1/10\, n^2)}$$

On souhaite tracer les graphes des fonctions f(1,x), ... , f(10,x) (fonctions d'une variable x). Pour cela, on utilise encore et toujours *seq* :

```
> seq(f(n,x),n=1..10);
```

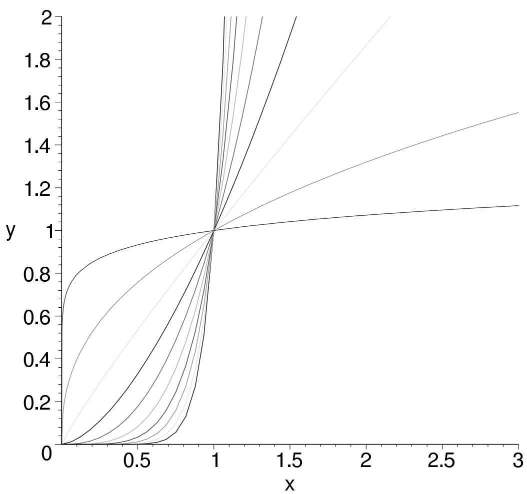
$$x^{(1/10)}, x^{(2/5)}, x^{(9/10)}, x^{(8/5)}, x^{(5/2)}, x^{(18/5)}, x^{\left(\frac{49}{10}\right)}, x^{(32/5)}, x^{\left(\frac{81}{10}\right)}, x^{10}$$

```
> plot([seq(f(n,x),n=1..10)],x);
```



L'intervalle en abscisse que Maple choisit par défaut n'est pas vraiment adapté (on ne distingue presque pas les fonctions). En tatonnant un peu, on obtient un résultat meilleur :

```
> plot([seq(f(n,x),n=1..10)],x=0..3,y=0..2);
```



Exercice 6

```
> restart; S:=solve(x^20-1);
```

$$S := -I, I, -1, 1, -\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}, -\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}},$$
$$-\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}, -\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}},$$
$$\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}, \sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}},$$
$$\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}, \sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}},$$
$$-\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, -\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)},$$
$$-\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, -\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)},$$
$$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, \left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)},$$
$$\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}, \left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}$$

Chacune des racines est un nombre complexe, qui a une partie imaginaire et une partie réelle. Pour chaque racine z, on calcule les coordonnées [Re(z),Im(z)] du point du plan correspondant à z, et on forme la séquence de ces coordonnées :

```
> points:=seq([Re(S[i]),Im(S[i])],i=1..nops([S]));
```

$$points := [0, -1], [0, 1], [-1, 0], [1, 0],$$
$$\left[-\Re\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right), -\Im\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right)\right],$$
$$\left[-\Re\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right), -\Im\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right)\right],$$
$$\left[-\Re\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right), -\Im\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right)\right],$$
$$\left[-\Re\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right), -\Im\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right)\right],$$
$$\left[\Re\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right), \Im\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right)\right],$$
$$\left[\Re\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right), \Im\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right)\right],$$

$$\left[\Re\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right),\Im\left(\sqrt{-\sqrt{-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}}}\right)\right],$$

$$\left[\Re\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right),\Im\left(\sqrt{-\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}}}\right)\right],$$

$$\left[-\Re\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),-\Im\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right],$$

$$\left[-\Re\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),-\Im\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right],$$

$$\left[-\Re\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),-\Im\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right],$$

$$\left[-\Re\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),-\Im\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right],$$

$$\left[\Re\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),\Im\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right],$$

$$\left[\Re\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),\Im\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right],$$

$$\left[\Re\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),\Im\left(\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5-\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right],$$

$$\left[\Re\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right),\Im\left(\left(\frac{\sqrt{5}}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}I\sqrt{2}\sqrt{5+\sqrt{5}}\right)^{(1/4)}\right)\right]$$

(nops([S]) compte le nombre d'éléments de la séquence S ; en fait, on sait que c'est 20 d'après l'exercice 2).
Si on souhaite exprimer vraiment les parties réelles et imaginaires, on peut passer un coup de *evalc* (mais le résultat n'est pas plus beau).

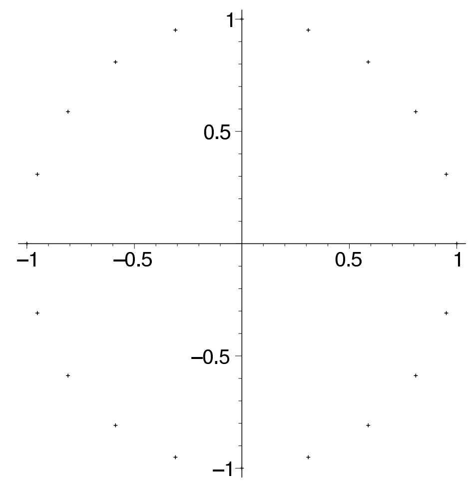
```
> seq([evalc(Re(S[i])),evalc(Im(S[i]))],i=1..nops([S])) :
```

On charge la bibliothèque **plots** dans laquelle se trouve *pointplot*.

```
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
```

Enfin, on regarde l'aide sur *pointplot* et on trace l'ensemble des points :

```
> pointplot({points});
```




```
>
```

On remarque que les points se trouvent sur le cercle de centre 0 et de rayon 1. C'est normal : les solutions de z^20=1 sont des nombres complexes de module 1 :
si z^20=1 alors |z^20|=1=|z|^20. Comme |z| est réel positif, |z|=1.