

## MK1 "Calcul formel" Maple

# TP7 : Courbes paramétrées, courbes polaires

### But du TP7

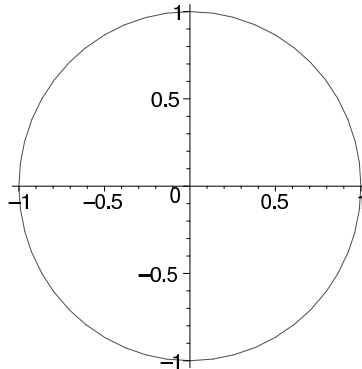
Nous avons déjà vu comment tracer des courbes représentatives de fonctions dans Maple. Aujourd'hui, nous allons explorer les possibilités de Maple de tracer d'autres types de courbes : courbes paramétrées, courbes polaires.

*Et surtout, n'oubliez pas de vous (et de me) poser des questions !*

## 1. Les courbes paramétrées

Pour tracer une courbe paramétrée donnée par  $M(t) = (x(t), y(t))$ , on utilise (encore !) la commande `plot`. Par exemple, pour  $x(t) = \cos(t)$  et  $y(t) = \sin(t)$  :

```
[ > restart;  
[ > ?plot[parametric]  
[ > plot([sin(t), cos(t), t=0..2*Pi]);
```



Notez bien la position des crochets dans la syntaxe !

### Exemple de plan d'étude d'une courbe paramétrée :

- 1) Intervalle de définition en  $t$   
Périodicité éventuelle

Symétries éventuelles de la courbe

-> déterminer un intervalle d'étude minimal

- 2) Limites de  $x$  et  $y$  aux bornes des intervalles d'étude
- 3) Etude des branches infinies : recherche d'asymptotes, de branches paraboliques
- 4) Etude des variations de  $x$  et  $y$  et des points singuliers ( $x'(t)=y'(t)=0$ )
- 5) Tracé
- 6) Détermination des points doubles éventuels ( $M(u)=M(v)$  avec  $u \neq v$ ).

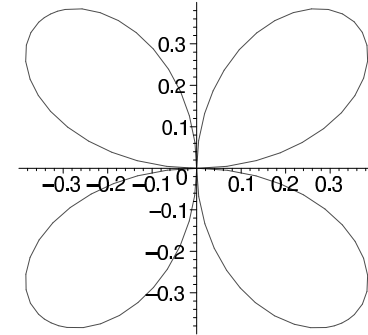
## 2. Les courbes polaires

Une courbe polaire est donnée par une équation de la forme  $\rho = r(\theta)$ . Elle s'obtient en plaçant dans le plan les points de coordonnées  $(r(\theta)\cos(\theta), r(\theta)\sin(\theta))$ . Une courbe polaire est donc une courbe paramétrée. Pour tracer une courbe polaire dans Maple, on utilise la commande `plot` avec l'option `coords=polar`.

```
[ > ?plot[polar]
```

```
[  $\rho = \sin(\theta)\cos(\theta)$  :
```

```
[ > plot([sin(t)*cos(t), t, t=0..2*Pi], coords=polar);
```



[ Pouvez-vous deviner l'allure des courbes polaires suivantes avant de les tracer ?

```
[  $\rho = 1$  :
```

```
[ > plot([1, t, t=0..2*Pi], coords=polar);
```

```
[  $\rho = \theta$  :
```

```
[ > plot([t, t, t=0..10], coords=polar);
```

```
[  $\rho = \cos(\theta)$  :
```

```
[ > plot([cos(t), t, t=0..Pi], coords=polar);
```

La feuille d'érable de Maple : tracer la courbe polaire suivante :  $\rho = \frac{2 - \sin(7\theta) - \cos\left(\frac{30\theta}{2}\right)}{100 + \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^8}$

pour  $\theta$  dans  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$  et en fixant `numpoints` à 500.

---

FEUILLE D'EXERCICES N°7

**EXERCICE 1.** Etudier les courbes paramétrées suivantes : déterminer à la main l'intervalle d'étude et les symétries ; étudier les limites, branches infinies, variations et points doubles avec Maple (si possible). Vérifier vos résultats en traçant la courbe et ses asymptotes sur un même graphique (charger la librairie *plots* et utiliser sa commande *display*).

$$\begin{array}{l} 1. \left\{ \begin{array}{l} x(t) = \sin 2t \\ y(t) = \cos 2t \end{array} \right. \\ 2. \left\{ \begin{array}{l} x(t) = \cos t \\ y(t) = (1 + \cos t) \sin t \end{array} \right. \\ 3. \left\{ \begin{array}{l} x(t) = t / \ln t \\ y(t) = t^2 / (t - 1) \end{array} \right. \\ 4. \left\{ \begin{array}{l} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \cos(3t/5) \end{array} \right. \\ 5. \left\{ \begin{array}{l} x(t) = t^2 + 2/t \\ y(t) = t + 1/t \end{array} \right. \\ 6. \left\{ \begin{array}{l} x(t) = 2t + t^2 \\ y(t) = 2t - 1/t^2 \end{array} \right. \end{array}$$

**EXERCICE 2.** Tracer la courbe paramétrée définie par  $x(t) = t^3 - 4t$ ,  $y(t) = 2t^2 - 3$  et calculer l'angle formé par les tangentes au point double.

**EXERCICE 3.** Tracer la courbe paramétrée  $\mathcal{C}$  définie par  $x(t) = t^2$ ,  $y(t) = t^3$ . Déterminer le lieu des points du plan d'où l'on peut mener (au moins) deux tangentes à  $\mathcal{C}$  orthogonales et le tracer. On appelle ce lieu la courbe orthoptique de  $\mathcal{C}$ .

**EXERCICE 4.** On considère l'astroïde définie par  $x(t) = a \cos^3 t$ ,  $y(t) = a \sin^3 t$ . Tracer la courbe sur sa période minimale pour  $a = 1$ . Animer la courbe en faisant varier  $a$  entre dans un intervalle au choix (librairie *plots*, commande *animate*).

**EXERCICE 5.** Etude de la courbe polaire définie par  $\rho = \sin(3\theta/2)$ .

- 1) Calculer à la main la période de la courbe et la tracer sur cette période.
- 2) Déterminer à la main les symétries de la courbe. Qu'en déduisez-vous sur l'intervalle d'étude ? Tracer la courbe sur l'intervalle minimal.