

Contrôle n° 3

Aucune calculatrice ni aucun document ne sont autorisés. Chaque résultat ou calcul devra être justifié.

Exercice 1. On considère la fonction f de deux variables réelles définie par :

$$f(x, y) = \sqrt{x - y} + \ln(y + 1).$$

- 1) Donner le domaine de définition de la fonction f et le représenter graphiquement.
- 2) Déterminer l'équation du plan tangent à la surface d'équation $z = f(x, y)$ au point $(1, 0, f(1, 0))$ (on prendra soin de justifier l'existence du plan tangent).

Exercice 2. On considère l'équation différentielle

$$(E_1) \quad y' = \frac{2}{x}y + x$$

- 1) Résoudre (E_1) sur l'intervalle $]0, +\infty[$. Donner l'unique solution y_1 vérifiant $y_1(1) = 1$.
- 2) Résoudre (E_1) sur l'intervalle $] -\infty, 0[$. Donner l'unique solution y_2 vérifiant $y_2(-1) = 1$.
- 3) Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} y_1(x) & \text{si } x > 0 \\ y_2(x) & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Montrer que la fonction f est prolongeable par continuité en 0.