Développements limités en 0

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + x^n\varepsilon(x)$$
$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n+1}\varepsilon(x)$$
$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + x^{2n+2}\varepsilon(x)$$
$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + x^n\varepsilon(x)$$
$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots + (-1)^n x^n + x^n\varepsilon(x)$$
$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} + x^n\varepsilon(x)$$
$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + x^n\varepsilon(x) \quad (\alpha\in\mathbb{R})$$
$$\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + x^6\varepsilon(x)$$

Quelques dérivées usuelles

Fonction	Continuité	Dérivabilité	Dérivée
$x^n \quad n\in\mathbb{Z}$	$\mathbb{R}^*$ si $n<0$, $\mathbb{R}$ sinon	$\mathbb{R}^*$ si $n<0$, $\mathbb{R}$ sinon	nx^{n-1}
$x^\alpha \quad \alpha\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_+$ si $\alpha>0$, $\mathbb{R}_+^*$ sinon	$\mathbb{R}_+^*$	$\alpha x^{\alpha-1}$
e^x	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	e^x
$\ln(x)$	$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{x}$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$
$\tan(x)$	$\mathbb{R}-\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$	$\mathbb{R}-\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$	$1+\tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$
$\arcsin(x)$	$[-1,1]$	$]-1,1[$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos(x)$	$[-1,1]$	$]-1,1[$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$
$(u(x))^\alpha \quad \alpha\in\mathbb{R}$	à déterminer	à déterminer	$\alpha\cdot u'(x)\cdot(u(x))^{\alpha-1}$
$\ln(u(x))$	à déterminer	à déterminer	$\frac{u'(x)}{u(x)}$
$(g\circ f)(x)$	à déterminer	à déterminer	$g'(f(x))f'(x)$
$f^{-1}(x)$	à déterminer	à déterminer	$\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

Quelques limites

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^a}{(\ln x)^b} = +\infty \text{ si } a>0 \text{ et } b>0 \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{e^{bx}}{x^a} = +\infty \text{ si } a>0 \text{ et } b>0$$
$$\lim_{x\to0^+} x^a(\ln x)^b = 0 \text{ si } a>0 \text{ et } b>0 \qquad \lim_{x\to+\infty} x^a e^{-bx} = 0 \text{ si } a>0 \text{ et } b>0$$
$$\lim_{x\to0}\frac{\sin(x)}{x} = 1 \qquad \lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Quelques formules de trigonométrie

$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$

$\cos(2x) = \cos^2(x)-\sin^2(x) = 2\cos^2(x)-1 = 1-2\sin^2(x)$ $\quad$ $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

$\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$ $\quad$ $\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$

$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$ $\quad$ $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)$

$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b)-\cos(a)\sin(b)$ $\quad$ $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$